Урок №29 (28.03.2019)
Трансформатор.

1. *Явление взаимной индукции.*

Предположим у нас есть две катушки индуктивности 1 и 2, расположенные так, что возникающий в первой катушке магнитный поток проходит через витки второй.

Если сила тока I_1 в контуре 1 изменяется, то в контуре 2, не содержащем источника тока, возникает индуцированное поле, характеризуемое *ЭДС взаимной индукции* ε_{12}.

По закону Фарадея $\varepsilon_{12} = -\dfrac{\Delta\Phi_{21}}{\Delta t}$, где Φ_{21}– поток магнитной индукции, который создаётся магнитным полем тока I_1 и пронизывает площадь поверхности, охватываемой контуром 2. При этом магнитный поток Φ_{21} пропорционален силе тока I_1:

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1,$$

где M_{21} называется *взаимной индуктивностью* второго и первого контуров. Коэффициент M_{21} зависит от геометрии витков, их взаимного расположения, а также от магнитной проницаемости среды, в которой находятся контуры.

Можно доказать, что $M_{21} = M_{12}$. Поэтому взаимную индуктивность просто обозначают буквой M.

2. *Трансформатор.*

Тема даётся по статье А.Дозорова «Зачем трансформатору сердечник?», «Квант» 1976, №7

Простейший трансформатор устроен так: две катушки индуктивности намотаны на один сердечник. При этом первая катушка (будем её обозначать «1» или первичная обмотка) подсоединяется к генератору переменного синусоидального напряжения. Устройство, потребляющее энергию (*нагрузка*), подключается ко второй (или вторичной) обмотке. Обе обмотки пронизываются одним и тем же переменным магнитным потоком.

В первой обмотке при этом возникает ЭДС индукции $\varepsilon_1 = -N_1 \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, а во вторичной – $\varepsilon_2 = -N_2 \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Холостой ход (ненагруженный трансформатор).

Сначала предположим, что вторичная обмотка разомкнута (холостой ход), и что активное сопротивление обмоток (особенно первичной r) очень мало, по сравнению с её индуктивным сопротивлением. В этом случае согласно закону Ома в первичной обмотке $u_1 + \varepsilon_1 = i_1 r = 0$. Откуда $u_1 = -\varepsilon_1$. При разомкнутой вторичной обмотке $i_2 = 0$ и, аналогично, $u_2 = -\varepsilon_2$. Таким образом, для действующих значений $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \dfrac{N_2}{N_1}$.

Отношение напряжений на первичной и вторичной обмотке называется *коэффициентом трансформации*.

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right| = \frac{N_2}{N_1} = k .$$

Сама формула называется *формула трансформатора*.

Нагруженный трансформатор

Рассмотрим теперь трансформатор, подключённый к нагрузке. Причём будем считать, что нагрузка представляет из себя активное сопротивление R. В этом случае во вторичном контуре будет идти ток, который в свою очередь создаст магнитный поток, противоположный начальному. Суммарный магнитный поток станет меньше и ЭДС самоиндукции в первичном контуре уже не будет равна внешнему напряжению – в первичной обмотке пойдёт ток и, следовательно, источник напряжения начнёт совершать работу.

Теперь можно говорить о КПД трансформатора, т.е. об отношении переданной мощности к потребляемой. Хотелось бы, чтобы КПД был как можно выше. Но переданная мощность максимальна, если коэффициент мощности $\cos\phi \approx 1$. В этом случае $U_{01}I_{01} = U_{02}I_{02}$ (амплитудные значения). Тогда

$$\frac{U_{02}}{U_{01}} = \frac{I_{01}}{I_{02}} = \frac{N_2}{N_1} .$$

Тут уже текут токи, зависящие от индуктивности, нагрузки и т.д. Попытаемся посчитать их…

Вспомним, что индуктивность соленоида равна $L = \mu_0\mu n^2 Sl = \mu_0\mu n^2 V$, где V – объём соленоида, а $n = \dfrac{N}{l}$ – количество витков на единицу длины. Переходя к полному количеству витков $L = \mu_0\mu N^2 S/l$. Проводя аналогичный вывод для взаимной индуктивности, можно показать, что $M = \mu_0\mu N_1 N_2 S/l$, откуда

$$M = \frac{N_2}{N_1}L_1 = \frac{1}{p}L_1 = \frac{N_1}{N_2}L_2 = pL_2 ,$$

где $p = \dfrac{N_1}{N_2}$.

Теперь запишем правила Кирхгофа для первичной и вторичной обмоток.

Для первичной обмотки: $u_1 + e_1 + e_{12} = 0$, где $u_1 = U_0 \sin\omega t$ – ЭДС генератора, приложенная к первичной обмотке; $e_1 = -L_1\dfrac{dI_1}{dt} = -pM\dfrac{dI_1}{dt}$ – ЭДС самоиндукции первичного контура; $e_{12} = -M\dfrac{dI_2}{dt}$ – ЭДС взаимной индукции в первичном контуре со стороны вторичного.

Итак, для первичной цепи:

$$U_0 \sin \omega t - pM\frac{dI_1}{dt} - M\frac{dI_2}{dt} = 0 .$$

Для вторичной цепи, аналогично получим:

$$-\frac{1}{p}M\frac{dI_2}{dt} - M\frac{dI_1}{dt} = RI_2 .$$

Предположим, что $I_1 = I_{01}\sin\left(\omega t + \alpha_1\right)$, а $I_2 = I_{02}\sin\left(\omega t + \alpha_2\right)$. В этом случае $\frac{dI_{1,2}}{dt} = I_{01,02}\omega\cos\left(\omega t + \alpha_{1,2}\right)$ и система уравнений приобретает вид:

$$\begin{cases} pMI_{01}\omega\cos\left(\omega t + \alpha_1\right) + MI_{02}\omega\cos\left(\omega t + \alpha_2\right) - U_0 \sin \omega t = 0 \\ \frac{1}{p}MI_{02}\omega\cos\left(\omega t + \alpha_2\right) + MI_{01}\omega\cos\left(\omega t + \alpha_1\right) - RI_{02}\sin\left(\omega t + \alpha_2\right) = 0 \end{cases}.$$

Решая эту систему, получаем:

$$I_{01} = \frac{U_0}{p^2 R}\sqrt{1 + \left(\frac{pR}{M\omega}\right)^2} ,$$

$$I_{02} = \frac{U_0}{pR},$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = -\frac{pR}{M\omega},$$

$$\alpha_2 = -\pi .$$

Итак, подставляя токи в полученное выше отношение, получаем:

$$\frac{I_{01}}{I_{02}} = \frac{1}{p}\sqrt{1 + \left(\frac{pR}{M\omega}\right)^2} .$$

Это выражение равно «идеальному» $\frac{I_{01}}{I_{02}} = \frac{1}{p}$ при $\frac{R}{M\omega} \to 0$ (отношение p числа витков должно быть постоянным, его не считаем).

Подставляя выражение для M :

$$\frac{R}{M\omega} = \frac{R \cdot l}{\mu_0 \mu N_1 N_2 S \omega} \to 0 .$$

Таким образом, трансформатор можно считать идеальным если:

- магнитная проницаемость сердечника очень велика $\left(\mu \to \infty\right)$;
- частота переменного тока велика $\left(\omega \to \infty\right)$;
- число витков в первичной и вторичной обмотке велико, но при этом активное сопротивление первичной обмотки мало.

3. *Области применения трансформаторов.*

- Передача электроэнергии на расстояние
- Согласование сопротивлений